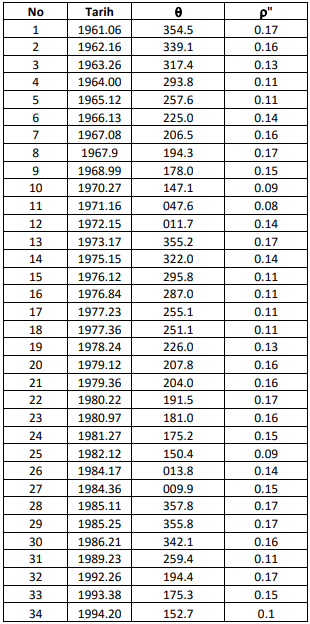
**Kaya Han Taş**

**20183405003**

**UBT**

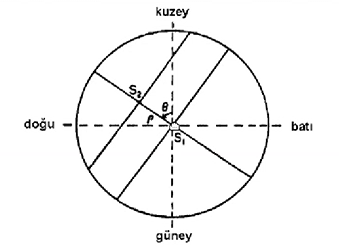
***Çift Yıldızlar Görsel Çift Yıldızlar Çözüm Denemesi***

***Soru:*** *Aşağıda verilen tablodaki verileri kullanarak görsel çift yıldız sisteminin yörünge parametrelerini bulmayı deneyiniz.*



***Cevap:***

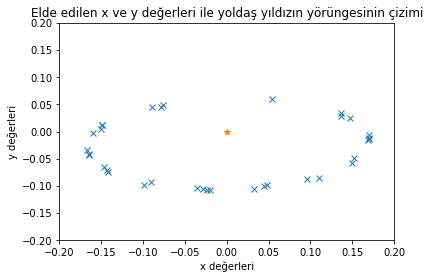
* İlk olarak aşağıdaki formülleri hatırlamamız gerekir.
* Burada tabloda bulunan  **ve değerleri yukarıdaki denklemler kullanılarak**  **ve değerlerine yani Kutupsal Koordinatlardan Dik koordinat Sistemine geçiş yapılacaktır**.
* Bu açıların ne olduğunu hatırlamamız uygun olacaktır.



* **Parametresi**:
  + **Bileşenler arası açısal uzaklıktır.**
  + **Kutupsal koordinatlarda çalışıyorsak bu açıyı kullanmaktayız.**
  + **açı saniyesi cinsinden verilir.**
* **Parametresi**:
  + **Kuzey doğrultusundan pozitif yöne, yani saatin tersi yöne doğru yapılan ölçüme denir.**
  + **Aynı zamanda “Konum Açısı” olarak da bilinir.**
  + **derece cinsinden verilir.**
* Bu açılardan kısaca bahsettiğimize göre tablo üzerinden bunların dönüşümleri sonucu elde edilen değerleri yazmamız uygun olacaktır.

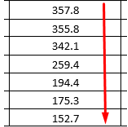
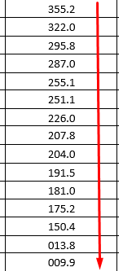
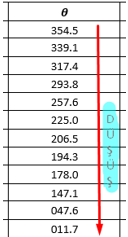
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** |  |  |
| **1** | 354.5 | 0.17 | **8.46086769** | **-0.8146889** |
| **2** | 339.1 | 0.16 | **7.47363579** | **-2.85390399** |
| **3** | 317.4 | 0.13 | **4.78463107** | **-4.3996938** |
| **4** | 293.8 | 0.11 | **2.21949913** | **-5.03227817** |
| **5** | 257.6 | 0.11 | **-1.1810443** | **-5.37169753** |
| **6** | 225.0 | 0.14 | **-4.94974747** | **-4.94974747** |
| **7** | 206.5 | 0.16 | **-7.15947489** | **-3.5695825** |
| **8** | 194.3 | 0.17 | **-8.23663372** | **-2.09949161** |
| **9** | 178.0 | 0.15 | **-7.4954312** | **0.26174623** |
| **10** | 147.1 | 0.09 | **-3.77828939** | **2.44428502** |
| **11** | 047.6 | 0.08 | **2.69720955** | **2.95382136** |
| **12** | 011.7 | 0.14 | **6.85455967** | **1.41951107** |
| **13** | 355.2 | 0.17 | **8.4701893** | **-0.71126167** |
| **14** | 322.0 | 0.14 | **5.51607528** | **-4.30963033** |
| **15** | 295.8 | 0.11 | **2.39377105** | **-4.95175324** |
| **16** | 287.0 | 0.11 | **1.60804438** | **-5.25967616** |
| **17** | 255.1 | 0.11 | **-1.41423036** | **-5.31506844** |
| **18** | 251.1 | 0.11 | **-1.7815458** | **-5.20346947** |
| **19** | 226.0 | 0.13 | **-4.51527941** | **-4.6757087** |
| **20** | 207.8 | 0.16 | **-7.0766478** | **-3.73109312** |
| **21** | 204.0 | 0.16 | **-7.30836366** | **-3.25389314** |
| **22** | 191.5 | 0.17 | **-8.32935999** | **-1.69462744** |
| **23** | 181.0 | 0.16 | **-7.99878156** | **-0.13961925** |
| **24** | 175.2 | 0.15 | **-7.47369644** | **0.62758382** |
| **25** | 150.4 | 0.09 | **-3.91272718** | **2.2227384** |
| **26** | 013.8 | 0.14 | **6.79793996** | **1.6697342** |
| **27** | 009.9 | 0.15 | **7.38831995** | **1.28946825** |
| **28** | 357.8 | 0.17 | **8.49373479** | **-0.32629638** |
| **29** | 355.8 | 0.17 | **8.47717306** | **-0.62252468** |
| **30** | 342.1 | 0.16 | **7.61275523** | **-2.45885294** |
| **31** | 259.4 | 0.11 | **-1.01173243** | **-5.40614442** |
| **32** | 194.4 | 0.17 | **-8.23295687** | **-2.11386404** |
| **33** | 175.3 | 0.15 | **-7.4747804** | **0.61453881** |
| **34** | 152.7 | 0.1 | **-4.44308616** | **2.29324777** |

* Burada bulunan  **ve değerleri ile bizler bu çift sistemin yörüngesini dik kon düzeneğinde çizebilmekteyiz**.
* Buna göre elipsimizi, yani **yoldaş yıldızın başyıldız etrafındaki yörüngesini** bir python kodu yardımıyla aşağıdaki gibi çizdirebiliriz. (***Python Kodu sorunun en sonunda verilmiştir***)



***Burada Yıldız simgesi başyıldızın konumunu (0,0) ve ‘X’ işaretleri de yoldaş yıldızımızın dik kon düzeneğindeki değerlerinden elde edilen göreli yörüngesindeki konumlarıdır.***

* Şimdi de  **değerlerine bakarak yoldaş yıldızın hangi doğrultuda yörüngesinde ilerlediğini bulmamız gerekmektedir.**
* **Çünkü bu ilerleme yönüne göre bazı yörünge parametreleri belirlenmektedir;** 
  + **yani Düğümler çizgisinin, enberi noktasından olan açısal uzaklığı;** 
    - Görsel Çift Sistemlerde **yoldaş bileşenin hareketi yönünde ölçülür ve arasında değerler alır.**
  + **yani Yörüngenin Eğikliği**;
    - **Konum açısının () zamanla artması durumunda**  **arasında bir değer alır.**
    - **Konum açısının () zamanla azalması durumunda arasında bir değer alır.**
* Tablodaki verilerden anlaşılacağı üzere **konum açısı , zamanla azalmaktadır.**



***Sırasıyla değerlerinin zamanla 3 ayrı zaman aralığında azalması***

* **Konum açısı , zamanla azaldığına göre;** 
  + ***Yoldaş Yıldız saat yönünde dönmektedir, yani negatif yönde ilerlemektedir*.**
  + **Konum açısı hatırlanacağı üzere saatin tersi yönünde pozitif ölçülür, yani artış gösterir.**
  + **Buradan yola çıkarak, konum açısı azaldığından Yoldaş Yıldızın saat yönünde döndüğüne karar verildi.**
* **Kısacası: Yoldaş Yıldız Negatif () yönde, saat yönünde ilerlemektedir.**
* **Buradan yola çıkarak aşağıdaki varsayımları yapabiliriz**;
  + ***(düğümler çizgisinin enberi noktasından açısal uzaklığı)* saat yönünde ölçülecektir.**
  + ***(yörünge eğikliği)* arasında bir değer alacaktır.**
* Şimdi de **Elips’in genel denklemini** yazmamız uygun olacaktır.

***Elipsin Genel Denklemi***

* Görüleceği üzere burada olmak üzere **5 tane bilinmesi gereken katsayı bulunmaktadır.**
* **Bunun için de en az 5 tane denkleme ihtiyaç vardır.**
* **5 Denklem için de elips üzerinde en az 5 tane nokta gereklidir.**
* İlk olarak kesim noktalarından başlayabiliriz.
* İşlemlerimize  **durumunda elipsin genel denklemini yazarak başlıyoruz**.
* **Buradan da katsayılar için aşağıdaki ifadeler geçerlidir.**

**ve : olan iki durumda ’lerin değeri**

* Bunun için **’a en yakın iki değerini seçerek buna karşılık gelen değerlerini kullanmamız uygun olacaktır.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** |  |  |
| **9** | 178.0 | 0.15 | **-0.14990862** | **0.00523492** |
| **28** | 357.8 | 0.17 | **0.1698747** | **-0.00652593** |

* Buna göre;
* **Bu değerlerden yola çıkarak katsayıları bulunur.**
* **Şimdi de aynı işlemleri durumunda elipsin genel denklemini yazarak yapıyoruz.**
* **Buradan da katsayılar için aşağıdaki ifadeler geçerlidir.**

**ve : olan iki durumda ’lerin değeri**

* Bunun için **’a en yakın iki değerini seçerek buna karşılık gelen değerlerini kullanmamız uygun olacaktır.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** |  |  |
| **11** | 047.6 | 0.08 | **0.05394419** | **0.05907643** |
| **31** | 259.4 | 0.11 | **-0.02023465** | **-0.10812289** |

* Buna göre;
* **Bu değerlerden yola çıkarak katsayıları bulunur.**
* **Geriye bilinmeyen sadece katsayısı kalmış durumda.**
* **Bunu da elips denkleminden ’ı çekerek elde ederiz.**
* **Burada da katsayıları bilinmekte olduğundan, rastgele bir noktanın ve değerlerini seçerek katsayısını elde edebiliriz.**
* **Burada dikkat edilmesi gereken ve değerlerinin her ikisinin de artı veya eksi olmasıdır.**
* **Örneğin direkt olarak 8. Noktayı seçebiliriz.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** |  |  |
| **8** | 194.3 | 0.17 | **-0.16473267** | **-0.04198983** |

* **Bu durumda;**
* **Yukarıdaki bütün değerleri formülünde yerine yazarak katsayısının değerini elde ediyoruz.**
* İşlem çok uzun sayılardan oluştuğundan direkt olarak sonuç yazılmıştır.

*(Aslında tek nokta değil, birden çok noktadan hesaplanarak ortalamasının alınması daha sağlıklıdır)*

*(Python kodu ile 0.3146980897019984 değeri elde edildi, yanlış olabileceğinden yazılmadı. Kodu sonda bulunmaktadır.)*

* Artık bütün katsayıları elde etmiş olduk.
* Şimdi de bu katsayılar yardımıyla aşağıdaki yörünge parametrelerine geçiş yapmamız gerekmektedir.

**Yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu**

**Yörünge Basıklığı**

**Yörünge Eğikliği**

**Çıkış Düğümü Boylamı**

**Enberinin Boylamı**

**Yörünge Dönemi**

**Enberiden geçiş zamanı**

* **İlk iki denklemimiz aşağıdaki gibidir.**

***1 Numaralı Denklem***

***2 Numaralı Denklem***

* **Bu iki denklemde bulunan parametresi “Parametre Uzunluğu” olarak geçer ve aşağıdaki gibi bulunur.**

***Parametre Uzunluğu***

* **Şimdi 2 numaralı ve 1 numaralı denklemleri birbirine bölüyoruz.**
* **Burada ifadelerini sadeleştirir ve formülü düzenlersek aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.**
* **Burada katsayılarının değerleri bilinmektedir.**
* **Bu nedenle direkt olarak (Çıkış Düğümü Boylamı/Longitude of the Ascending Node) bulunabilir.**
* İşlem çok uzun sayılardan oluştuğundan direkt olarak sonuç yazılmıştır. (Buradan sonrası python kodu ile hesaplanmış olup, kod sorunun sonunda verilmiştir.)
* **Şimdi bu değeri 1 numaralı veya 2 numaralı denklemde yerine yazarak ifadesinin değerini bulabiliriz.**
* **2 numaralı denkleme yazarsak;**
* Şimdi de **3 numaralı denklemimizi yazıyoruz.**

***3 Numaralı Denklem***

* Burada  **katsayıları ve ifadesinin değerleri bilinmekte.**
* **Bu değerleri yerine yazarak direkt olarak yani Parametre Uzunluğu değerini elde edebiliriz.**
* Bunu da bulduğumuza göre bu ifadeyi **1, 2 veya 3 numaralı denklemde yerine yazarak (yörüngenin eğikliği) değerini elde edebiliriz.**
* **Direkt olarak yine 2 Numaralı Denklemde yerine yazıyoruz;**
* Burada işin içerisine yoldaş yıldızımızın hareket yönü girecektir.
* **Yoldaş yıldızımız saat yönünde yani negatif yönde dönmekte idi.**
* **Bu nedenle yörünge eğikliği de ile arasında olacaktır, yani negatif bir açıya sahip olacaktır.**
* **Sonucunda yörünge eğikliği aşağıdaki gibi elde edilir.**
* Şimdi de **4 numaralı ve 5 numaralı denklemleri** yazmamız uygun olacaktır.

***4 Numaralı Denklem***

***5 Numaralı Denklem***

* Bu iki denklemi oranlarsak  **(enberinin boylamı) elde edilebilir.**
* **4 numaralı denklemi 5 numaralı denkleme bölerek çözümümüze devam ediyoruz.**
* Hatırlanacağı üzere  **yoldaş yıldızın dolanma yönüne göre ölçülmekteydi.**
* Yani **’nın değeri zaten arası değerler alabildiğinden direkt olarak yukarıda bulduğumuz değere 360 derece ekleyerek ’nın değerini elde ederiz.**
* Artık bu değeri de **4 numaralı veya 5 numaralı denkleme yazarsak da yörünge basıklığı ’yi elde etmiş oluruz.**
* **Direkt olarak 4 Numaralı Denklemde yerine yazıyoruz;**
* Şimdi de parametre uzunluğu formülünü hatırlamamız uygun olacaktır;

***Parametre Uzunluğu***

* Buradan direkt olarak  **yani yörüngenin yarı-büyük eksen uzunluğu da elde edilebilir.**
* **Değerleri yerine yazarsak aşağıdaki gibi elde edilir.**
* Şimdi son olarak aşağıdaki iki yörünge parametresini bulmamız gerekmekte;

**Yörünge Dönemi**

**Enberiden geçiş zamanı**

* **Bunun için aşağıdaki formülden yola çıkmamız gerekir.**

***Ortalama Ayrıklık Formülü***

***Ortalama Ayrıklık Formülü***

* Burada  **herhangi bir ölçüm zamanıdır.**
* Aşağıdaki formül de **Gerçek Ayrıklık için tanımlanmıştır.**

***Gerçek Ayrıklık Formülü***

* Aşağıdaki denklemi de bilmemiz gerekmektedir.
* **Şimdi herhangi bir gözlem noktasının değeri, , ve değerleri ile beraber kullanılarak herhangi bir gözlem noktasının gerçek ayrıklık değerini elde edebiliriz.**
* **Bunun için de basitlik açısından sadece iki gözlem noktası seçiyoruz.**
* **Minimum iki gözlem noktası seçilmelidir.**
* **Çünkü ifadesi iki bilinmeyenli bir denklem sistemi olup bu nedenle en az iki tane denkleme ihtiyacımız vardır.**
* **Aşağıdaki iki gözlem noktasını seçiyoruz.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** |  | **’’** |  |  |
| **1** | 354.5 | 0.17 | **0.16921735** | **-0.01629378** |
| **2** | 339.1 | 0.16 | **0.14947272** | **-0.05707808** |

* **Buradan;**
* **Şimdi yukarıdaki değerleri kullanarak iki tane gerçek ayrıklık değeri elde edilecektir.**
* **Bu değerler direkt olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır.**
* Buradan yola çıkarak aşağıdaki iki **gerçek ayrıklık değeri elde edilir.**
* Bu değerleri  **denkleminde yerine yazarak değerlerini elde ederiz.**
* **Son olarak da ifadesine bulunan değerler yazılır.**
* (gerisini inceleme fırsatı bulunamadı)

***Python Kodları***

***x,y değerleri ve yörünge çizimi için python kodu***

*import matplotlib.pyplot as plt*

*import math*

*import numpy as np*

*rho=[0.17,0.16,0.13,0.11,0.11,0.14,0.16,0.17,0.15,0.09,0.08,0.14,0.17,0.14,*

*0.11,0.11,0.11,0.11,0.13,0.16,0.16,0.17,0.16,0.15,0.09,0.14,0.15,0.17,*

*0.17,0.16,0.11,0.17,0.15,0.1] #arcsec*

*tetha=[354.5,339.1,317.4,293.8,257.6,225.0,206.5,194.3,178.0,147.1,047.6,*

*011.7,355.2,322.0,295.8,287.0,255.1,251.1,226.0,207.8,204.0,191.5,*

*181.0,175.2,150.4,013.8,009.9,357.8,355.8,342.1,259.4,194.4,175.3,*

*152.7] #degree*

*x=[]*

*y=[]*

*for i in range(len(rho)):*

*xvalue=(rho[i]\*(math.cos(math.radians(tetha[i]))))*

*yvalue=(rho[i]\*(math.sin(math.radians(tetha[i]))))*

*x.append(xvalue)*

*y.append(yvalue)*

*print(60\*"-")*

*print("x değerleri:","\n")*

*print(\*x,sep ="\n")*

*print(60\*"-")*

*print("y değerleri:","\n")*

*print(\*y,sep ="\n")*

*print(60\*"-")*

*plt.xlabel('x değerleri')*

*plt.ylabel('y değerleri')*

*plt.title('Elde edilen x ve y değerleri ile yoldaş yıldızın yörüngesinin çizimi')*

*plt.plot(x,y,'x') #x ve y değerlerinin grafikte gösterimi*

*plt.plot(0,0,marker='\*') #Başyıldızın Konumu*

*plt.axis([-0.2,0.2,-0.2,0.2])*

*plt.show()*

***H katsayısının değerini birden çok x ve y değerleriyle elde edebilmek için deneme;***

***i****mport matplotlib.pyplot as plt*

*import math*

*import numpy as np*

*rho=[0.17,0.16,0.13,0.11,0.11,0.14,0.16,0.17,0.15,0.09,0.08,0.14,0.17,0.14,*

*0.11,0.11,0.11,0.11,0.13,0.16,0.16,0.17,0.16,0.15,0.09,0.14,0.15,0.17,*

*0.17,0.16,0.11,0.17,0.15,0.1] #arcsec*

*tetha=[354.5,339.1,317.4,293.8,257.6,225.0,206.5,194.3,178.0,147.1,047.6,*

*011.7,355.2,322.0,295.8,287.0,255.1,251.1,226.0,207.8,204.0,191.5,*

*181.0,175.2,150.4,013.8,009.9,357.8,355.8,342.1,259.4,194.4,175.3,*

*152.7] #degree*

*x=[]*

*y=[]*

*c=[]*

*A=-39.26853425*

*B=-156.5554215*

*G=0.3920193*

*F=-3.8392446*

*for i in range(len(rho)):*

*xvalue=(rho[i]\*(math.cos(math.radians(tetha[i]))))*

*yvalue=(rho[i]\*(math.sin(math.radians(tetha[i]))))*

*x.append(xvalue)*

*y.append(yvalue)*

*if xvalue>0 and yvalue>0 or xvalue<0 and yvalue<0:*

*Axkare=(A\*pow(xvalue,2))*

*Bykare=(B\*pow(yvalue,2))*

*Gx=2\*G\*xvalue*

*Fy=2\*F\*yvalue*

*xy=2\*xvalue\*yvalue*

*H=-((Axkare+Bykare+Gx+Fy+1)/xy)*

*c.append(H)*

*toplam=+H*

*else:*

*continue*

*print(toplam/len(c))*

***Yörünge Parametrelerini Bulma için Python Kodu***

*import math*

*#saat yönünde dönen yoldaş yıldız için hesap*

*A=-39.26853425*

*B=-156.5554215*

*G=0.3920193*

*F=-3.8392446*

*H=10.7265217*

*OM=math.atan(-(((F\*G)-H)/(pow(F,2)-pow(G,2)+A-B)))*

*print("Büyük Omega:", OM)*

*print(60\*"-")*

*tanibolup=-((2\*((F\*G)-H))/(math.sin(math.radians(2\*OM))))*

*print("tani^2/p^2 değeri:", tanibolup)*

*print(60\*"-")*

*PL=math.sqrt((2\*tanibolup)/(pow(F,2)+pow(G,2)-(A+B)))*

*print("Parametre Uzunluğu:", PL)*

*print(60\*"-")*

*tani=(math.sqrt((-2\*((F\*G)-H)\*pow(PL,2))/math.sin(math.radians(2\*OM))))*

*i=math.atan(-tani)*

*print("Yörünge Eğikliği:", i)*

*print(60\*"-")*

*tanom=-((((G\*math.sin(OM))-(F\*math.cos(OM)))\*math.cos(i))/((G\*math.cos(OM))+(F\*math.sin(OM))))*

*om=math.atan(tanom)*

*print("Enberinin Boylamı:", om+360)*

*print(60\*"-")*

*e=(PL\*((G\*math.sin(OM))-(F\*math.cos(OM)))\*math.cos(i))/math.sin(om+360)*

*print("Yörünge Basıklığı:", e)*

*print(60\*"-")*

*a=PL/(1-pow(e,2))*

*print("Yörünge Yarı-Büyük Eksen Uzunluğu:", a)*

*print(60\*"-")*

*tetha1=354.5*

*tetha2=339.1*

*GA1=math.atan((math.tan(tetha1-OM))\*((1/math.cos(i))-om))*

*GA2=math.atan((math.tan(tetha2-OM))\*((1/math.cos(i))-om))*

*print("1. Gerçek Açıklık Değeri", GA1)*

*print("2. Gerçek Açıklık Değeri", GA2)*

*print(60\*"-")*

*E1=math.atan((2\*math.tan(GA1/2))/(math.sqrt(1+e/1-e)))*

*E2=math.atan((2\*math.tan(GA2/2))/(math.sqrt(1+e/1-e)))*

*print("1. E değeri", E1)*

*print("2. E Değeri", E2)*